三条市立大学 令和６年度
工学部 技術・経営工学科
一般選抜 中期日程

# 個別学力検査

## 理科 解答編

令和６年３月８日13時30分～15時（90分）

$\boxed{1}$

（１）斜方投射の最高点までの到達時間 $t$　（初速度の鉛直方向成分：$v_V = v_0\sin\theta$）

$$0 = v_V - gt = v_0\sin\theta - gt \text{ より } t = \frac{v_0 sin\theta}{g}$$

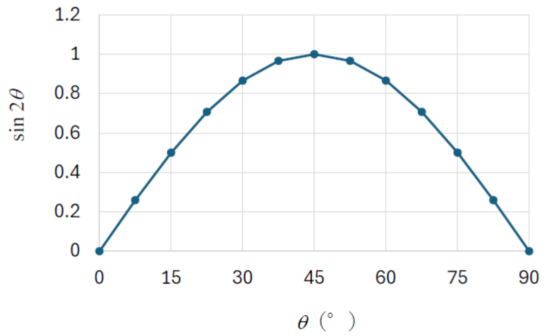
（２）斜方投射の最高点（高さ）$h$

$$h = v_V t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 sin\theta)\cdot\frac{v_0 sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{{v_0}^2 sin^2\theta}{g} - \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2\sin^2\theta}{g}$$
$$= \frac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$$

（３）斜方投射の水平方向の到達距離 $L$（初速度の水平方向成分：$v_H = v_0\cos\theta$）

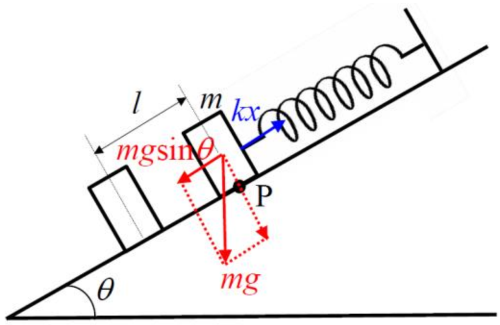
$$L = v_H t = v_0\cos\theta\cdot\frac{v_0\sin\theta}{g} = \frac{{v_0}^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

（４）$L = \frac{{v_0}^2}{g}\sin\theta\cos\theta = \frac{{v_0}^2}{g}\frac{1}{2}\sin2\theta$ より，$\sin2\theta$ が最大のとき $L$が最大にとなる。0< $\theta$ <90° において$\sin2\theta$が最大（=1）となる角度は2$\theta$＝90° より$\theta$＝45〔° 〕となる（図参照）。



$\boxed{2}$

（1）伸びを$x$とすると，その力は$kx$で図のような関係が成立する。




斜面に平行な方向の力の釣り合いの式$kx = mg\sin\theta$より

$x = \frac{mg\sin\theta}{k}$〔m〕

（2）求める位置エネルギーを$U$とすると，（1）を用いて

$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg\sin\theta}{k}\right)^2 = \frac{m^2g^2\sin^2\theta}{2k}$〔J〕

（3）点Pから$l$だけ引き下げるのに要する仕事を$W$とすると，$W$は物体とばねの系に増加したエネルギーに等しい。すなわち，ばねの得た弾性エネルギーの増加と物体の位置エネルギーの減少との和に等しいから，

$$W = \frac{1}{2}k(x+l)^2 - \frac{1}{2}kx^2 + (-mg\sin\theta\cdot l)$$
$$= \frac{1}{2}k(x^2+2xl+l^2) - \frac{1}{2}kx^2 + (-mg\sin\theta\cdot l)$$

$= \frac{1}{2}kl^2$〔J〕［∵（1）より$mg\sin\theta\cdot l = kxl$］

（4）斜面下向きを正，点Pを原点とする$X$座標を考え，$a_X$を$X$方向の加速度とすると，物体の$X$方向の運動方程式は

$Ma_X = mg\sin\theta - k(X+x)$

（1）より $kx = mg\sin\theta$であるため，$Ma_X = -kX$

よって，点Pを中心として斜面上を単振動することがわかる。運動の条件より振幅は$l$である。物体の任意の時間$t$の位置は

$X = l\cos\left(\frac{k}{m}t\right)$〔m〕

角振動数$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ より$v = l\omega = l\sqrt{\frac{k}{m}}$〔m/s〕

（別解）

点Pを位置エネルギーの基準とし，求める速度を$v$とすると，手をはなした瞬間では，運動エネルギーは0，弾性力による位置エネルギーは $\frac{1}{2}k(x+l)^2$，重力による位置エネルギーは$-mg\sin\theta\cdot l$であるから，力学的エネルギーは，

$0+\frac{1}{2}k(x+l)^2+(-mg\sin\theta\cdot l)$ ①

点Pを通る瞬間の力学的エネルギーは，運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$，弾性力による位置エネルギーは$\frac{1}{2}kx^2$，重力による位置エネルギーは0であるから，力学的エネルギーは，

$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2+0$ ②

力学的エネルギー保存則より　①=②

$$\frac{1}{2}k(x+l)^2-mgl\sin\theta=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}k(x^2+2xl+l^2)-kxl=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kl^2$$

$v=l\sqrt{\frac{k}{m}}$　〔m/s〕（∵$v>0$）

（５）物体がそのまま運動をつづけて最も高い位置に達したとき，点Pからの斜面に沿う距離を求めよ。

最も高い位置を点Qとし，点Qの点Pからの斜面に沿う距離を$s$とする。点Qで止まった瞬間の力学的エネルギーは，運動エネルギーは0，弾性エネルギーは$\frac{1}{2}k(x-s)^2$，重力による位置エネルギーは$mg\sin\theta\cdot s$であるから，

$0+\frac{1}{2}k(x-s)^2+(mg\sin\theta\cdot s)$ ③

① ＝③とおくと

$$\frac{1}{2}k(x+l)^2+(-mg\sin\theta\cdot l)=\frac{1}{2}k(x-s)^2+(mg\sin\theta\cdot s)$$

$$\frac{1}{2}k(x^2+2xl+l^2)-kxl=\frac{1}{2}k(x^2-2xs+s^2)+kxs$$

$l^2-s^2=0$，$s>0$ より

$s=l$〔m〕

または，

②＝③とおくと

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k(x-s)^2+(mg\sin\theta\cdot s)$$

（４）より

$$\frac{1}{2}ml^2\cdot\frac{k}{m}+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kx^2-kxs+\frac{1}{2}ks^2+(mg\sin\theta\cdot s)$$

$ks=mg\sin\theta$ より

$$\frac{1}{2}l^2k=\frac{1}{2}ks^2$$

$l^2=s^2$

$s>0$ より

$s=l$〔m〕

（別解）

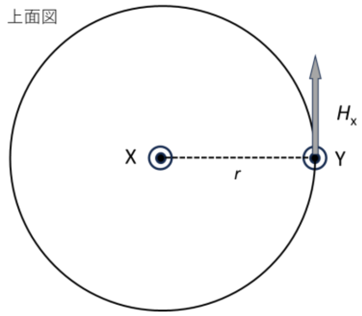
（４）より振幅は$l$であるため，最高点は$X=l$である。よって，点Pからの距離は$l$である。

$\boxed{3}$

（１）X の電流は $I$ [A]，X から Y までの距離は $r$ [m]であるから，磁場 $H_{\mathrm{X}}$ [N/Wb]の大きさは，

$$H_{\mathrm{X}} = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{[N/Wb]}$$

（２）磁場 $H_{\mathrm{X}}$ の向きは，電流を紙面垂直上向きに取ると，以下の図の矢印の向きとなる。




（３）磁束密度は磁場に透磁率を乗じたものであるから， $B_{\mathrm{X}}$ の大きさは，

$$B_{\mathrm{X}} = \mu_0 H_{\mathrm{X}} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad \text{[T]}$$

（４）電流 $I$ [A]が磁場 $B$ [T]中で，長さ $l$ [m]の導線が受ける力 $F$ [N]は，

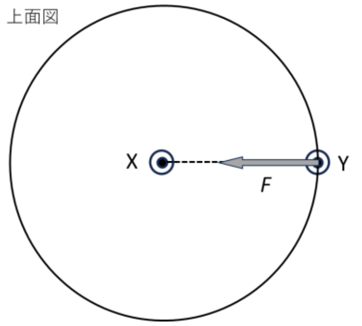
$$F = IBl \text{ [N]}$$

で表される。

いま，$l$=1 [m]と考えればよいから，F は，

$$F = IB_{\mathrm{X}} \times 1 = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi r} \quad \text{[N]}$$

（５）力 $F$ の向きは，電流を紙面垂直上向きに取ると，フレミングの左手の法則より以下の図の矢印の向きとなる。



$\boxed{4}$

（１）振動数とは単位時間（1 [s]）間に発生する波の数であり，1 周期の波の長さが波長であるから，波の速さ $V$ [m/s]は，

$$V = f\lambda_0 \text{ [m/s]}$$

（２）時刻 $t$=0 [s]に音源から発せられた音波は 1 [s]には $V$ [m]進んでいる。時刻 $t$=1 [s]に音源から発せられた音波はその時点では音源の位置にいる。しかし，音源はこの間にマイクの方向に $v$ [m]進んでいるから，この間の距離 $L$ [m]は，

$$L = V - v \text{ [m]}$$

（３）距離 $L$ [m]の間に振動数分（$f$ 周期分）の波が発せられているから，そのときの音波の波長 $\lambda_1$ [m]は，

$$\lambda_1 = \frac{L}{f} = \frac{V-v}{f} \text{ [m]}$$

（４）（１）より，

$$\lambda_0 = \frac{V}{f} \text{ [m]}$$

（３）より，

$\lambda_1 = \frac{V-v}{f}$　$v > 0$のとき $\lambda_0 > \lambda_1$，$v < 0$のとき $\lambda_0 < \lambda_1$

Vは音波の移動（進行）方向と同じ向きであるため，$v > 0$である。

したがって，

$\lambda_0 > \lambda_1$

波長が短いと音は高くなる。つまり，音源が近づいてくると本来より高い音となる。これをドップラー効果と言う。