

個別学力検査

数学

令和7年3月8日 10時～12時（120分）

注意事項

- 1 この試験では、この問題冊子の他に、解答冊子を配布します。
- 2 試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 3 この問題冊子は全部で11ページあります。乱丁、落丁、印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 解答には、黒色鉛筆または黒色シャープペンシルを使用してください。
- 5 解答冊子1枚目の指定欄に、受験番号を記入してください。指定欄以外に記入してはいけません。
- 6 解答は、解答冊子の指定された箇所に記入してください。
- 7 記述解答では、結果に至るまでの過程も採点します。結果だけでなく、自分の考えを採点者に説明するように、しっかり記述してください。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 試験終了後、解答冊子を回収します。この問題冊子は持ち帰ってください。

(余 白)

(余 白)

1

次の方程式で表される円 $X : x^2 - 4x + y^2 - 6y + 9 = 0$ に関して、次の問いに答えよ。

- (1) 円 X の中心と半径を求めよ。
- (2) 点 $A(-1, 1)$ から円 X に引いた接線のうち、傾きが小さい接線の傾きを求めよ。
- (3) 傾きが小さい接線を m 、他の接線を n としたとき、それぞれ接線と円 X との接点を点 B および C とする。このとき、接線 m と接線 n の方程式と、接点 B および C の座標を求めよ。
- (4) 点 A と (3) で求めた接点 B 、 C を結んだ三角形 ABC の面積を求めよ。
- (5) (3) で求めた接線 n の垂線が点 B を通るとき、この垂線と接線 n の交点を D と置く。このとき、三角形 ABC の面積は三角形 ABD の面積の何倍か求めよ。

(余 白)

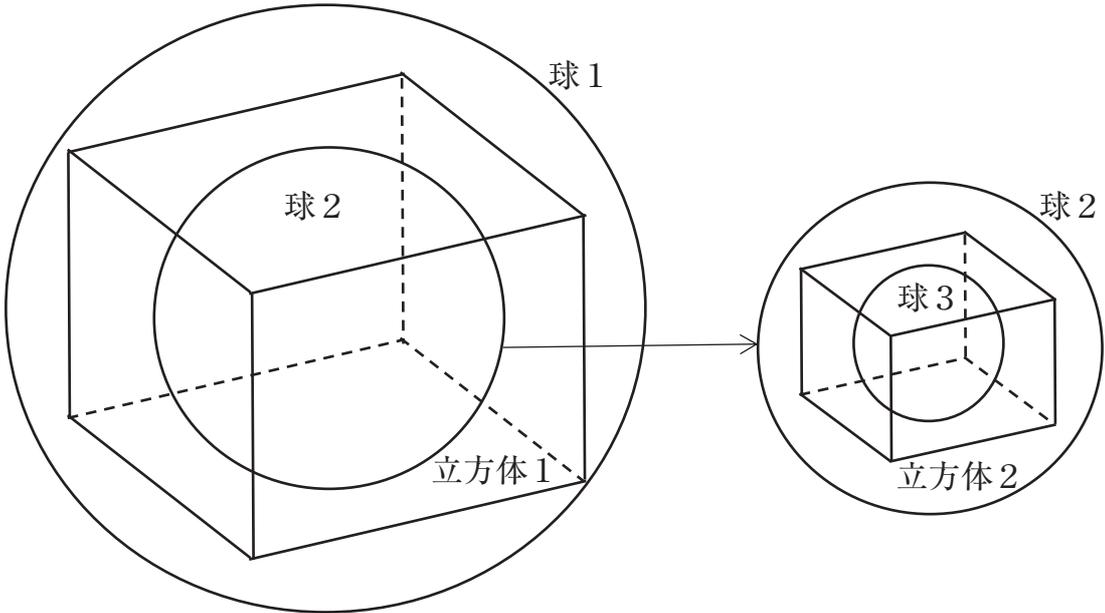
2

- (1) 直交する x 軸, y 軸で構成される座標平面上において, 楕円 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{81} = 1$ の上の点 $(3\cos\theta, 9\sin\theta)$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) における接線の方程式を求めよ。
- (2) (1)の接線と x 軸, y 軸が交わる点をそれぞれ P, Q とする。線分 PQ の長さを求めよ。
- (3) (2)の長さの最小値を求めよ。

(余 白)

3

図のように、半径 r の球 1 に一辺が長さ a の立方体 1 が内接している。その立方体 1 に球 2 が内接している。さらに、球 2 に立方体 2 が内接している。この関係が繰り返され、球と立方体は内接しながら小さくなり続けているものとする。このとき次の問いに答えよ。円周率は π を使用せよ。



- (1) 立方体 1 の一辺の長さ a を、球 1 の半径 r を用いて示せ。
- (2) 球 2 の体積を、球 1 の半径 r を用いて示せ。
- (3) n 番目の球 n の体積を、球 1 の半径 r を用いて示せ。ただし、 n は正の整数とする。
- (4) すべての球の体積の総和を、球 1 の半径 r を用いて示せ。

(余 白)

(余 白)

(余 白)

