三条市立大学　令和７年度
工学部　技術・経営工学科
一般選抜　前期日程

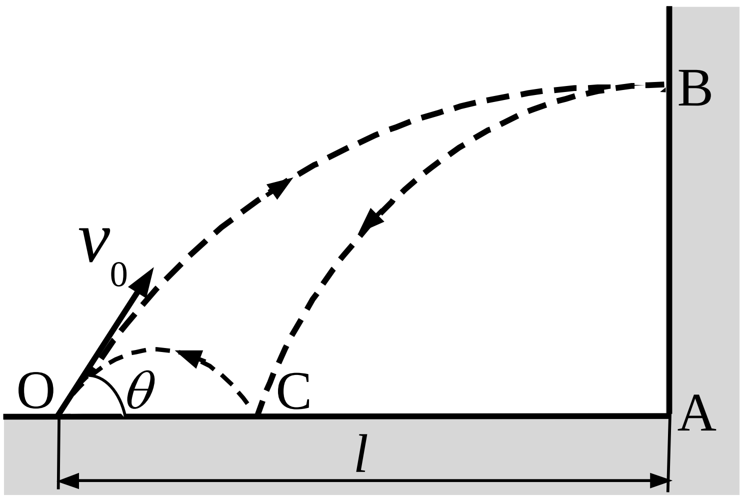
# 個別学力検査

## 理科　解答編

令和７年２月 25 日　　13 時 30 分～15 時（90 分）

$\boxed{1}$

図のように，水平でなめらかな床 OA 上の点 O から質量 $m$〔kg〕の小球を，O から距離 $l$〔m〕の点 A を通る鉛直な壁に向かって，水平面と角 $\theta$ をなす方向に初速 $v_0$〔m/s〕で投射した。小球は壁上の点 B で壁に垂直に衝突してはね返り，床上の点 C に落下し，さらにはね返ってちょうど点 O に落下した。小球と壁および小球と床の間の反発係数を $e$，重力加速度の大きさを $g$〔m/s$^2$〕とし，空気抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。




（１）$v_0$ を $l$，$g$，$\theta$ のうち必要なものを用いて表せ。

（解答例）

点 B に達するまでの時間を $t_B$ とすると，点 B では速度の鉛直成分は 0 であるから斜方投射の公式より，$0 = v_0 \sin\theta - g t_B$　これより，$t_B = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$

小球が点 B に達するとき，水平方向に $l$ だけ移動しているから

$$l = v_0 \cos\theta \times t_B = \frac{v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{2g}$$

よって，$v_0$ は

$v_0^2 = \frac{2lg}{\sin 2\theta}$ より　$v_0 = \sqrt{\frac{2lg}{\sin 2\theta}}$　〔m/s〕（∵$v_0$，$l$，$g$，$\sin 2\theta > 0$）

（２）点 B ではね返った直後の小球の速さを求めよ。

(解答例)

点 B に衝突する直前の速さを $v_B$，直後の速さを $v_B'$とする。また，小球は壁に垂直に衝突するため，速度の鉛直成分は 0 である。よって，反発係数 $e$ は

$$e = \frac{v_B'}{v_B}$$

斜方投射の公式より，速度の水平成分は衝突する直前まで初速から変化しないため，$v_B = v_0 \cos\theta$

よって，

$$e = \frac{v_B'}{v_0 \cos\theta}$$

より $v_B' = ev_0 \cos\theta$〔m/s〕

（３）AC 間の距離を $e$ と $l$ を用いて表せ。

(解答例)

点 O→点 B への運動において斜方投射の公式を適用すると点 B における鉛直方向の高さ AB は

$$\mathrm{AB} = -\frac{1}{2}gt_B^2 + v_0 \sin\theta\, t_B$$

（１）より $t_B = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$

よって，

$$\mathrm{AB} = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right)^2 + v_0 \sin\theta \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} + \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

点 B→点 C への運動において水平投射の公式を適用する。点 B から点 C へ移動するのに要した時間を $t_{BC}$ とすると

$$\mathrm{AB} = \frac{1}{2}gt_{BC}^2$$

$$t_{BC}^2 = \frac{2}{g}\mathrm{AB} = \frac{2}{g}\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g^2}$$

$$t_{BC} = \frac{v_0 \sin\theta}{g} \quad (t_{BC} > 0)$$

（２）より点 B での衝突直後の小球の速さは $ev_0 \cos\theta$ であるから，水平投

射の公式を適用し，（１）の$v_0^2 = \frac{2lg}{\sin 2\theta}$を代入すると

$$\mathrm{AC} = ev_0\cos\theta \bullet t_{\mathrm{BC}} = ev_0\cos\theta\frac{v_0\sin\,\theta}{g} = e\frac{v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g} = el\ 〔\mathrm{m}〕$$

（４）点 B における衝突で壁から小球が受ける力積の大きさを求めよ。

（解答例）

（力積）＝（運動量の変化）である。点 B において速度の鉛直成分は 0 であるため，水平方向の運動量の変化を考える。紙面右向きを正としたとき

$$(-mev_0\cos\theta) - (mv_0\cos\theta) = -mv_0\cos\theta(e+1)$$

よって，力積の大きさは

$$|-mv_0\cos\theta(e+1)| = mv_0\cos\theta(e+1)\quad 〔\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}〕$$

（∵$m$，$v_0$，$\cos\theta$，$e > 0$）∵ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$より　$\cos\theta > 0$

（５）投射してから点Oに落下するまでに失われた力学的エネルギーを求めよ。

（解答例）

点 O にいる最初の力学的エネルギーと点 O に戻ってきたときの力学的エネルギーの差がこの運動で失われたエネルギーである。両者は同一高さであるため，位置エネルギーの変化はない。よって，最初と最後の運動エネルギーの差より求まる。

点 B→点 C の運動に水平投射の公式を適用し，点 C に衝突する直前の鉛直方向の速さを$v_{\mathrm{C}y}$とすると

$$v_{\mathrm{C}y} = gt_{\mathrm{BC}} = g\frac{v_0\sin\theta}{g} = v_0\sin\theta$$

点 C での衝突においてなめらかな床であることから摩擦力は無視できるため，衝突前後で床面と平行な速度成分は変化しない。床面に垂直な速度成分の変化は反発係数 $e$ より，床に衝突した直後の鉛直方向の速さを$v_{\mathrm{C}y}'$とすると，

$$e = \frac{{v_{\mathrm{C}y}}'}{v_{\mathrm{C}y}}$$

より$v_{\mathrm{C}y}' = ev_{\mathrm{C}y} = ev_0\sin\theta$（図参照）

水平方向の速さは（２）より$ev_0\cos\theta$（図参照）。よって，点 C で衝突した直後の速さ $v_{\mathrm{C}}$ は

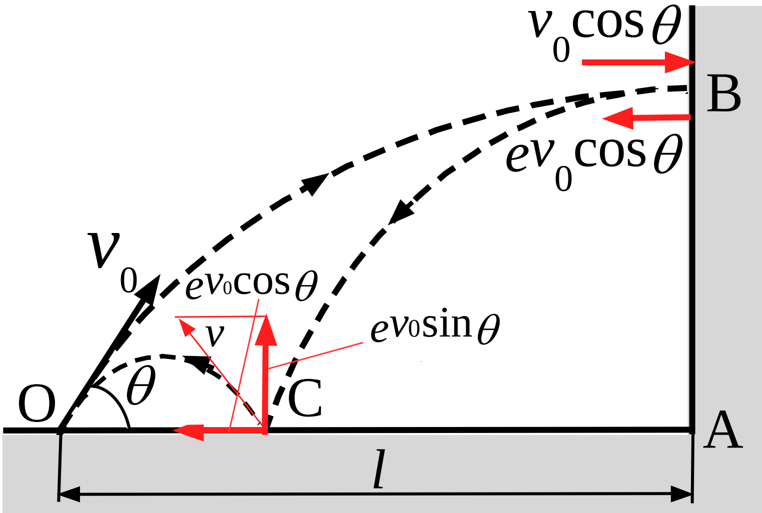
$$v_{\mathrm{C}} = \sqrt{(ev_0\cos\theta)^2 + (ev_0\sin\theta)^2} = ev_0$$

点 C→点 O の運動において，力学的エネルギー保存の法則より，同一高さである点 C と点 O にある運動エネルギーすなわち小球の速さは同等で

ある。点 O に落下する際の速さを $v$ とすると，$v = v_C = ev_0$

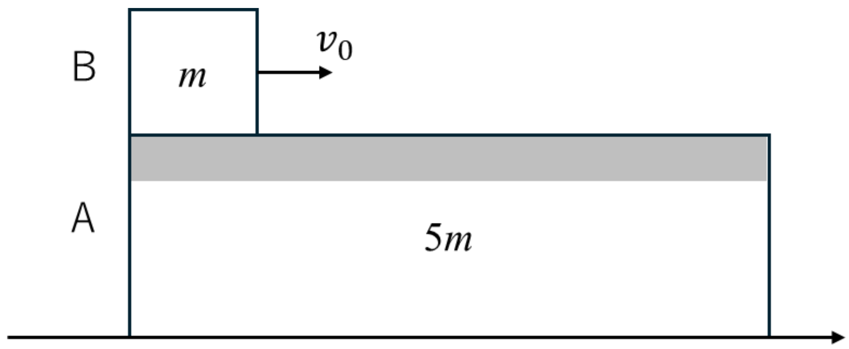
以上より，点 O→点 B→点 C→点 O の運動で失われたエネルギーを$\Delta E$ とすると

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_0^2 - v^2)$$
$$= \frac{1}{2}m(v_0^2 - e^2v_0^2)$$
$$= \frac{1}{2}m(1 - e^2)v_0^2 \quad 〔\mathrm{J}〕$$



$\boxed{2}$

図のように，水平でなめらかな床の上に質量 $5m$ の板 A が静止している。時刻 $t = 0$ に質量 $m$ の物体 B を板 A 上の左端から右向きに初速 $v_0$ ですべらせる。すると，A は動き出し，やがて B は A に対して静止した。板 A の上面は粗い水平面であり，A と B の間の動摩擦係数を $\mu$，重力加速度の大きさを $g$，加速度および速度は右向きを正として，以下の問いに答えよ。




（1）B が A 上をすべっている間の A，B の加速度の水平方向成分 $\alpha$，$\beta$ をそれぞれ求めよ。

（解答例）

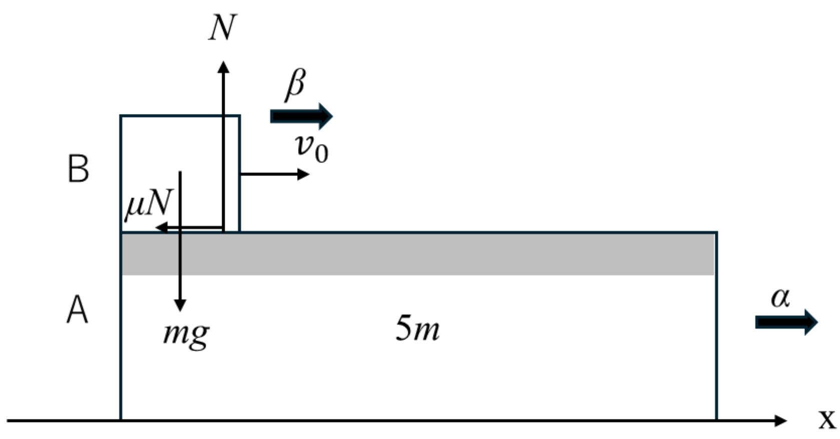



図 a

床に対する速度，加速度及び力を図 a に示す。

物体 A，B はともに鉛直方向に移動していないため，加速度の鉛直方向成分はゼロである。

物体 B が物体 A から受ける垂直抗力の大きさを $N$ とすると，物体 B の鉛直方向の運動方程式は $0 = N - mg$（鉛直上向きを正とする）

したがって　$N = mg$

物体 B が物体 A より受けるマサツ力の大きさは$\mu N = \mu mg$（左向き）

以上より

物体 B の水平方向の運動方程式は

$$m\beta = -\mu mg \ \rightarrow \ \beta = -\mu g$$

一方，物体 A は作用反作用の法則により，

物体 B より右向きに$\mu mg$の力を受ける。

よって

物体 A の水平方向の運動方程式は

$$5m\alpha = \mu mg \ \rightarrow \ \alpha = \frac{1}{5}\mu g$$

答え　$\alpha = \frac{1}{5}\mu g$，$\beta = -\mu g$

（２）B が A に対し静止するときの時刻 $t_1$ を求めよ。

(解答例)

（１）より $\alpha, \beta$ が定数であるため，物体 A，B はどちらも水平方向に等加速度直線運動する。

物体 A，B の速度の水平方向成分を $v_A$, $v_B$ とすると

等加速度直線運動の公式より

$$v_A = \alpha t = \frac{1}{5}\mu g t$$
$$v_B = \beta t + v_0 = -\mu g t + v_0$$

B が A に対して静止するということは，B と A の相対速度がゼロになることと同義であるため，

その時刻を $t = t_1$ とすると

$$v_B(t_1) - v_A(t_1) = 0$$

よって

$$-\mu g t_1 + v_0 - \frac{1}{5}\mu g t_1 = 0$$
$$-\frac{6}{5}\mu g t_1 = -v_0$$
$$\therefore t_1 = \frac{5}{6}\frac{v_0}{\mu g}$$

答え$\frac{5v_0}{6\mu g}$

（３）B が A に対し静止したときの，A の水平方向の速さ $v_1$ を求めよ。

(解答例)

（２）より $v_1$ を求める。

$$v_1 = v_A(t_1) = \frac{1}{5}\mu g t_1 = \frac{1}{5}\mu g \times \frac{5v_0}{6\mu g} = \frac{1}{6}v_0$$

答え$\frac{1}{6}v_0$

（４）B が A 上をすべった距離を $l$ として，B が A 上を動いたときに発生した摩擦熱 $Q$ を求め，$v_0$，$m$ を用いて示せ。

(解答例)

摩擦熱の大きさ $Q$ は摩擦力がした仕事の大きさであり，摩擦熱は力学的エネルギーの減少分である。

水平方向の運動であるため，位置エネルギーは変化しないため

$$Q = \mu mgl = \frac{1}{2}m{v_0}^2 - \left(\frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}5m{v_1}^2\right)$$

（３）で求めた$v_1 = \frac{1}{6}v_0$を代入して

$$Q = \frac{1}{2}m{v_0}^2 - \frac{1}{2} \times 6m\left(\frac{1}{6}v_0\right)^2$$

$$Q = \frac{5}{12}m{v_0}^2$$

答え$\frac{5}{12}mv_0$

（５）前問の距離 $l$ を，$v_0$，$\mu$，$g$ を用いて求めよ。

(解答例)

（４）の $Q$ から $l$ が求められる。

$$l = \frac{Q}{\mu mg} = \frac{5}{12}m{v_0}^2/\mu mg = \frac{5}{12}\frac{{v_0}^2}{\mu g}$$

答え$\frac{5{v_0}^2}{12\mu g}$

$\boxed{3}$

２つの抵抗 $R_1$ と $R_2$ がある。それぞれの抵抗値は $R_1$ [Ω], $R_2$ [Ω]であるとする。以下の問いに答えよ。

（１）　この２つの抵抗 $R_1$, $R_2$ を直列に接続したときの合成抵抗 $R_S$ [Ω]を $R_1$ と $R_2$ で表せ。

（解答例）

抵抗の直列接続なので,

$$R_S = R_1 + R_2 \ \ [\Omega]$$

（２）　直列に接続した $R_1$ と $R_2$ に対して，直流電圧 $V$ [V]を印加した。このときに流れる電流 $I$ [A]を $V$, $R_1$, $R_2$ を用いて表せ。

（解答例）

オームの法則より,

$$I = \frac{V}{R_S} = \frac{V}{R_1 + R_2} \ \ [\mathrm{A}]$$

（３）　（２）において，$R_1$ と $R_2$ で消費される電力をそれぞれ $P_1$ [W], $P_2$ [W]とする。このとき，$P_1$, $P_2$ を $V$, $R_1$, $R_2$ を用いて表せ。

（解答例）

抵抗における消費電力は，両端の電圧と流れる電流の積で表される。抵抗 $R_1$, $R_2$ の両端の電圧をそれぞれ $V_1$, $V_2$ とすると,

$$P_1 = V_1 I = R_1 I^2 = R_1 \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2 = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} V^2 \ \ [\mathrm{W}]$$

$$P_2 = V_2 I = R_2 I^2 = R_2 \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V^2 \ \ [\mathrm{W}]$$

（４）　（３）において，$P_1$=3$P_2$ の関係が成り立つとき，$R_1$ と $R_2$ の関係を求めよ。

(解答例)

条件

$$P_1 = 3P_2$$

に（３）の結果を代入して，

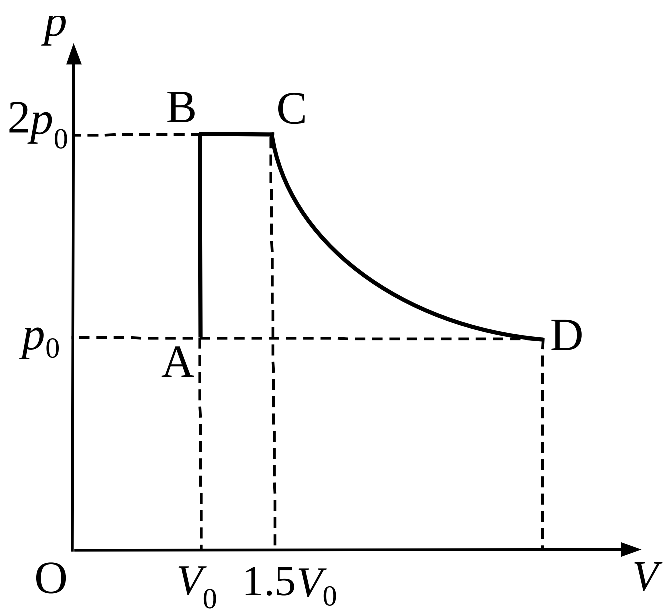
$$\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2}V^2 = 3\frac{R_2}{(R_1+R_2)^2}V^2$$

これより，

$$R_1 = 3R_2 \ [\Omega]$$

$\boxed{4}$

図は，一定質量の理想気体の状態変化を圧力―体積グラフ（$p$-$V$ グラフ）に表したものである。状態 A（圧力 $p_0$，体積 $V_0$，温度 300 K）から体積を一定に保って，状態 B まで変化させる。次に，圧力を一定に保って，状態 C まで変化させる。さらに，温度を一定に保って，状態 D まで変化させる。このとき，状態 A から状態 B まで変化する間に気体に与えられた熱量は 189 J であった。気体定数を 8.31 J/(mol・K)，気体の定積モル比熱の値を 21 J/(mol・K)として，以下の問いに答えよ。




（1）状態 B，C における気体の温度を求めよ。

（解答例）

状態 A における気体の絶対温度は 300 K であることを踏まえ，状態 B，C における気体の絶対温度をそれぞれ $T_B$，$T_C$ とすると，ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_0V_0}{300}=\frac{2p_0V_0}{T_B}=\frac{2p_0\times 1.5V_0}{T_C}$$

よって，$T_B = 600$ K，$T_C = 900$ K

（２）状態 D における気体の体積を求めよ。

(解答例)

状態 D における気体の体積を $V_D$ とすると，状態 A と状態 D にボイル・シャルルの法則を適用すると

$$\frac{p_0V_0}{300}=\frac{p_0V_D}{900}$$

$$V_D = 3V_0$$

同様に，状態 B と D，C と D についてボイル・シャルルの法則に適用し求めることが可能である。

（３）この気体の物質量を求めよ。

(解答例)

A→B の過程は定積変化であるため，外から与えられた熱量を $Q$，内部エネルギーの増加を $\Delta U$ とすると，$Q=\Delta U$。この気体の物質量を $n$ mol，定積モル比熱を $C_v$ とすると

$$Q=\Delta U=nC_v(T_B-T_A)$$

よって，

$$n=\frac{Q}{C_v(T_B-T_{A)}}=\frac{189}{21(600-300)}=0.03 \quad 〔\mathrm{mol}〕$$

（４）状態 B から状態 C までの間に気体が外部にした仕事を求めよ。

(解答例)

気体が外部へした仕事を $W$ とすると，

$W=2p_0\,(1.5V_0-V_0)=2p_0\cdot0.5V_0=p_0V_0$

気体定数を $R$ とすると，状態 A の状態方程式より $p_0V_0=nRT_A$

よって，

$W=0.03\times8.31\times300$

$=74.79$〔J〕

（５）（４）のとき，外部から気体へ与えられた熱量を求めよ。

(解答例)

B→C の過程では A→B と同じだけ温度が上昇するから，内部エネルギーも同じく $\Delta U=189$ J 増加する．よって，外から与えた熱量 $Q$ は，熱力学第一法則より，

$Q=\Delta U+W=189+74.79=263.79$〔J〕