三条市立大学　令和 7 年度
工学部　技術・経営工学科
一般選抜　中期日程

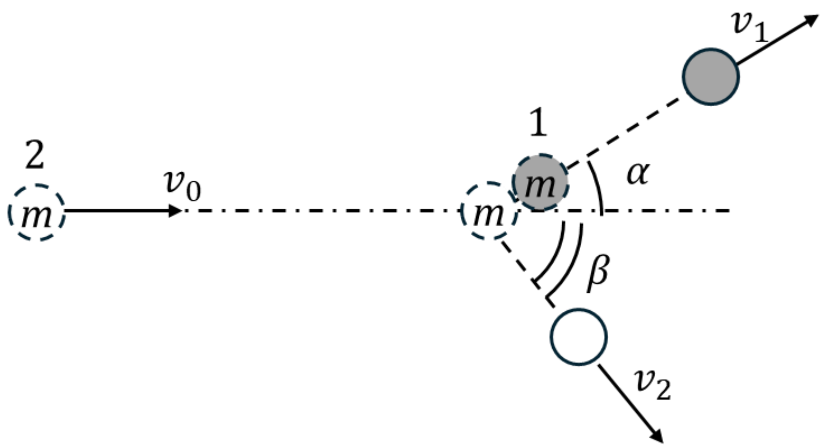
個別学力検査

理科　解答編

令和 7 年 3 月 8 日　　13 時 30 分～15 時（90 分）

$\boxed{1}$

同じ質量 m の二つの小球がなめらかな水平面上で弾性衝突したときの現象について考える。図のように，小球 2 が静止している小球 1 に速さ v_0 で衝突し，小球 1 は角度 α の向きに進み，小球 2 は角度 β の向きに跳ね飛ばされた。衝突後の小球 1 の速さを v_1，小球 2 の速さを v_2 とする。以下の問いに答えよ。なお，空気抵抗は無視できるものとする。



（1） v_1，v_2 をそれぞれ v_0，α を用いて表せ。

（解答例）

小球 2 の初速度$\overrightarrow{v_0}$，衝突後の小球 1 の速度を$\overrightarrow{v_1}$，小球 2 の速度を$\overrightarrow{v_2}$とする。

運動量保存則より

$$m\overrightarrow{v_0} = m\overrightarrow{v_1} + m\overrightarrow{v_2} \qquad 1$$

この関係式から，両辺を$\frac{1}{m}$倍し，ベクトル図で表すと図 a のようになる。

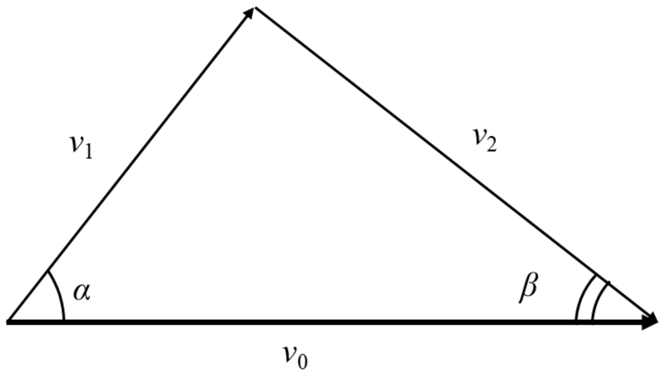


図 a

また，力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}m{v_2}^2 \qquad 2$$

共通の m を消して

$$ {v_0}^2 = {v_1}^2 + {v_2}^2 \qquad 3$$

三平方の定理から，運動量を表す三角形は直角三角形と考えられる。

これより

答え $v_1 = v_0\cos\alpha$

$v_2 = v_0\sin\alpha$

（２） β を α を用いて表せ。

(解答例)

（１）より，運動量ベクトルの関係は直角三角形であるので

答え　$\beta = 90° - \alpha$

（３） 衝突時に，１が２から受けた力積の大きさ I を m，v_0，α を用いて表せ。

(解答例)

力積は運動量の変化と等しいため

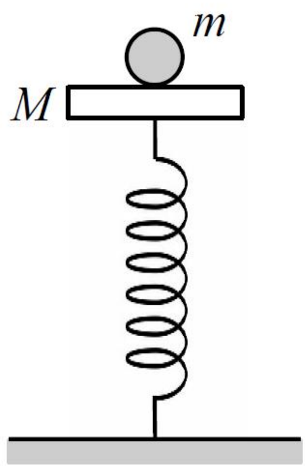
$$\vec{I} = m\vec{v_1} - \vec{0}$$

$$|\vec{I}| = |m\vec{v_1}| = m|\vec{v_1}| = mv_1 = mv_0 cos\alpha$$

答え　$mv_0 cos\alpha$

$\boxed{2}$

図のように，ばね定数 k のばねの下端を床に固定し，上端に質量 M の板を取り付け，鉛直に立て，板の上に質量 m の小球をゆっくりとのせたところ，ばねは自然の長さより x_0 だけ縮んでつり合った。この位置を原点とし，鉛直上向きを正として x 軸をとる。この状態からさらに A だけばねを縮めて静かにはなしたところ，板と小球は一体となってつり合いの位置を振動の中心とする単振動をした。重力加速度の大きさを g とし，ばねの質量と空気抵抗は無視するものとして，以下の問いに答えよ。



（１）自然の長さからつり合いの位置までのばねの縮み x_0 を求めよ。

（解答例）

板と小球を一体の物体として考え，その物体に作用する力のつり合いを考える（図参照）。鉛直上向きを正とするとつり合いの式は

$0 = kx_0 - (M+m)g$

よって

$x_0 = \frac{(M+m)g}{k}$

（２）小球のつり合いの位置からの変位を x とするとき，板と小球が離れずに運動するときの加速度を求めよ。

（解答例）

板と小球が一体となったときの運動方程式は加速度を a として，

$$(M+m)a=-kx$$

$$a=-\frac{kx}{M+m}\quad ・・・①$$

（３）単振動の振幅，周期をそれぞれ求めよ。

（解答例）

振動の中心 $x=0$ より A だけ下の点で初速度 0 で運動を始めるから，振幅は A そのものに等しい。板と小球は一体となって単振動するから，周期を T, 角振動数をωとすると，板と小球が一体となった単振動の角振動数は

$(M+m)\omega^2=k$　より

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

（４）板と小球の速度の最大値を求めよ。

（解答例）

板と小球の速さを v とすると，エネルギー保存則は

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2$$

よって

$$v=\sqrt{\frac{k(A^2-x^2)}{M+m}}\quad ・・・②$$

$x=0$ のとき速さ v は最大になる。よって，②に $x=0$ を代入すると

$$v=A\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

（５）板と小球が一体として運動し続ける条件を求めよ。

（解答例）

小球のつりあいの位置からの変位を x. 小球が板から受ける抗力の大きさを N とし，小球が板と同じ加速度 a で運動するとしたとき，

小球の運動方程式は $ma=N-mg$

これと①より

$$N=m(g+a)=m\left(g-\frac{kx}{M+m}\right)$$

小球が板から離れずにいっしょに運動する条件は $N \geqq 0$

よって，

$$m\left(g-\frac{kx}{M+m}\right) \geqq 0$$

x について解いて

$$x \leq \frac{(M+m)g}{k} = x_0$$

（３）より $x \leqq$ Aであるため，$A \leqq x_0$

よって，最初につり合いの位置からばねを縮める際，その量を x_0 以下にすることが条件となる。

よって，

小球と板が一体となって動くときの加速度 a が a_1 以上であれば板から離れない。

$a \geq a_1 = -g$

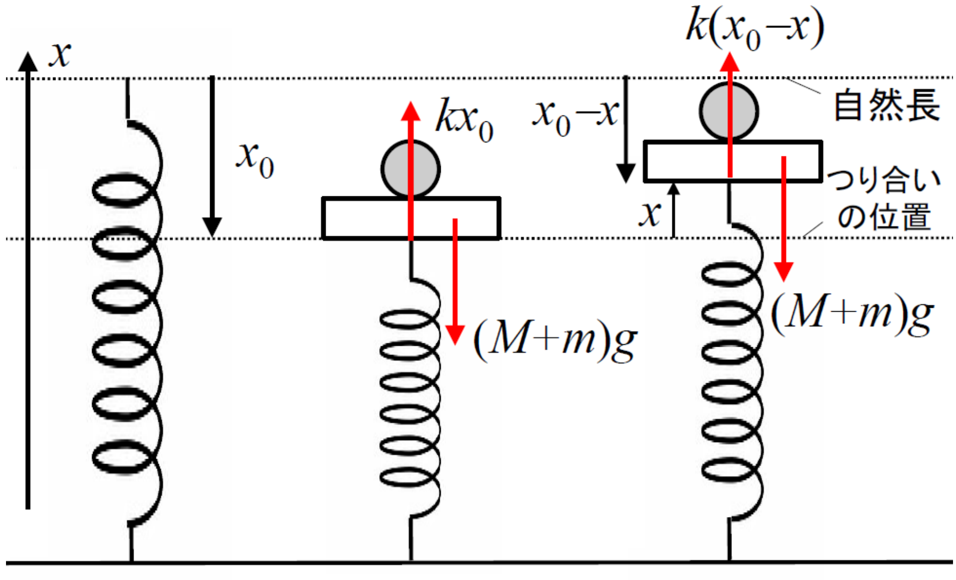
（１）より

$$-\frac{k}{M+m}x \geqq -g$$

$g \geqq -\frac{k}{M+m}x$　　よって　$x \leq -\frac{(M+m)}{k}g$

（１）より$x \leq x_0$，また，振幅 A の単振動であるため$x \leq A$

よって，$A \leq x_0$



x
x_0
kx_0
$(M+m)g$
$k(x_0-x)$
x_0-x
自然長
つり合い
の位置
x
$(M+m)g$

$\boxed{3}$

次の問いに答えよ。ただし，重力の影響は無視してよい。

（１） 静止した電子（電荷量$-e$ [C]：負電荷）を真空の箱の中で電位差（電圧）V [V]で加速した。このときこの電子が電場から得たエネルギーの大きさK [J]はどれだけか。

（解答例）

電子は加速されるということから，電場が電子に対してした仕事の大きさ（電荷量の絶対値と電位差の積）は，電子が電場から得たエネルギーの大きさと等しいから，

$$K = eV \ \ [\mathrm{J}]$$

（２） この電子の質量をm_e [kg]とすると，電圧V [V]により加速されたあとの電子の速さv [m/s]を，e，m_e，Vを用いて表せ。

（解答例）

Kは電子の運動エネルギーとなる。すなわち

$$K = eV = \frac{1}{2}m_e v^2$$

よって，

$$v^2 = \frac{2eV}{m_e}$$

vは速さなので$v>0$。これより

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \ \ [\mathrm{m/s}]$$

（3） この加速された電子を箱から東方向に射出した。この場所の地磁気による磁束密度の大きさは B [T]で，磁束の方向は南から北に向かっている。射出された電子が地磁気により受けるローレンツ力の大きさ F [N]を，e，m_e，V，B を用いて表せ。

（解答例）

電子の速度方向（東向き）と地磁気（北向き）は直交しているので，ローレンツ力 F の大きさは，

$$F = evB = eB\sqrt{\frac{2eV}{m_e}}\ \ [\mathrm{N}]$$

（4） （3）において電子が受けるローレンツ力 F の方向は，地面の方向，空の方向のどちらか。根拠となる法則をもとにして説明せよ。

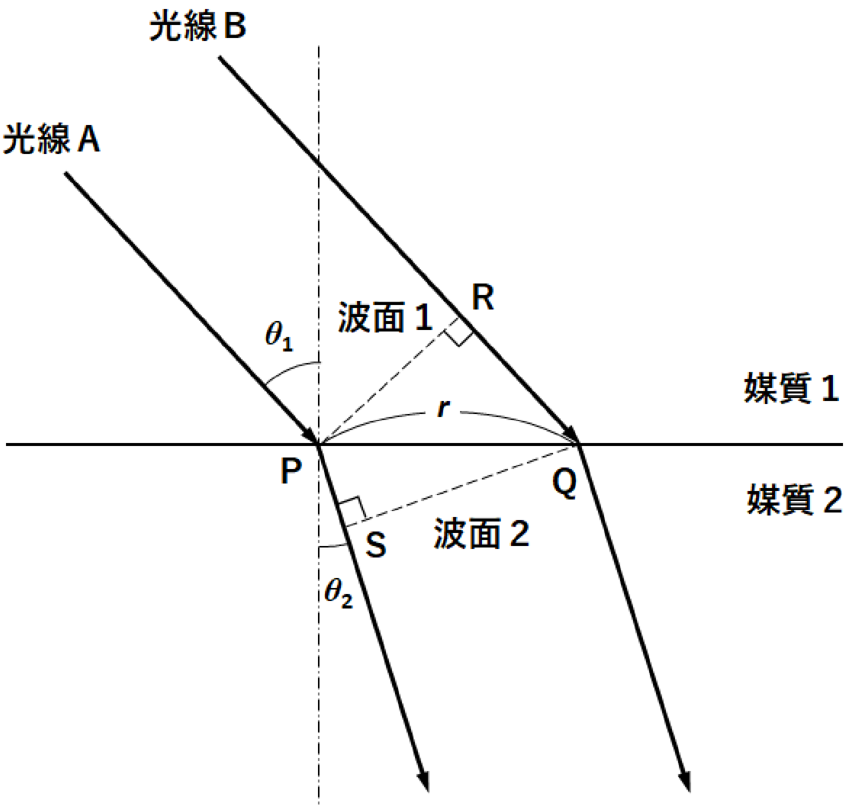
（解答例）

電子が東方向に運動するということは，電流は西方向に向かっている。磁界の向きは北向きであるから，

フレミングの左手の法則より，地面の方向

$\boxed{4}$

図のように，波長が等しく波面のそろった光線 A と B が，媒質 1 から媒質 2 にそれぞれ P 点，Q 点で入射した。図中に示すように，媒質 1 と媒質 2 の境界面の法線に対する光の媒質 1 側の角度を θ_1 [rad]，媒質 2 側の角度を θ_2 [rad]とする。また，媒質 1 中，媒質 2 中での光の速さをそれぞれ v_1，v_2 [m/s]とする。PQ 間の距離は r [m]である。このとき，次の問いに答えよ。



（1） 媒質の違いにかかわらず変わらないのは，光の振動数と波長のどちらか。

（解答例）

振動数

（２） 光線 A が媒質の境界面に到達してから光線 B が媒質の境界面に到達するまでの時間 T [s]はどれだけか。r, v_1, θ_1 を用いて表せ。

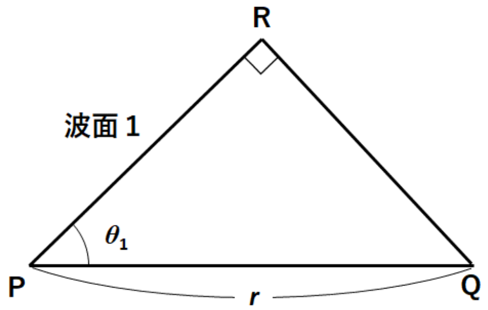
(解答例)

時間 T の間に光線 B が媒質 1 中を進む距離は下図の RQ である。

$$\mathrm{RQ} = r\sin\theta_1 \quad [\mathrm{m}]$$

であるから,

$$T = \frac{\mathrm{RQ}}{v_1} = \frac{r\sin\theta_1}{v_1} \quad [\mathrm{s}]$$



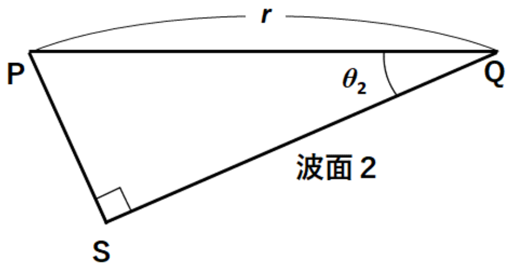
（３） 時間 T [s]の間に，光線 A は媒質 2 の中でどれだけの距離を進むか。r, θ_2 を用いて表せ。

(解答例)

時間 T の間に光線 A が媒質 2 中を進む距離は下図の PS である。

すなわち,

$$\mathrm{PS} = r\sin\theta_2 \quad [\mathrm{m}]$$



（４） （２）と（３）の結果を用いて v_1/v_2 を求めよ。

(解答例)

（３）より,

$$T = \frac{\mathrm{PS}}{v_2} = \frac{r\sin\theta_2}{v_2} \quad [\mathrm{s}]$$

（２）より,

$$\frac{r\sin\theta_1}{v_1} = \frac{r\sin\theta_2}{v_2}$$

よって,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$

（５）　（４）で得られた関係は，何の法則と言われるか。またその基となる波面を決定する原理（素元波の包絡面が次の波面となる）を何の原理と言うか。

（解答例）

屈折の法則（あるいは）スネルの法則

ホイヘンスの原理